QCM SUR LES NOMBRES COMPLEXES
CORRECTION

Question 1. $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Alors $\theta = \frac{2\pi}{3}$ **réponse a**

Question 2. $z = 4\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$ est sous forme trigonométrique. Un argument de z est $-\frac{5\pi}{6}$
Cette réponse n'est pas proposée donc on cherche un autre argument. Pour cela on peut ajouter ou enlever des "paquets de 2π". $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi = \frac{7\pi}{6}$ donc un autre argument de z est $\frac{7\pi}{6}$.**réponse b**

Question 3. $(2+i)^2 = 4-2i+i^2 = 4-2i-1 = 3-2i$
La partie réelle de $(2+i)^2$ est donc 3. **réponse b**

Question 4. $(1-i)^2 = 1-2i+i^2 = 1-2i-1 = -2i$ donc la partie imaginaire de $(1-i)^2$ est -2 **réponse a**

Question 5. Un argument de -5 est π (car le point image de -5 est sur l'axe des abscisses à gauche de l'origine). π n'est pas une réponse proposée. On trouve d'autres arguments en ajoutant ou enlevant "des paquets de 2π". $\pi + 2\pi = 3\pi$ donc 3π est un autre argument de -5. **réponse c**

Question 6. Un argument de $1-i$ est $-\frac{\pi}{4}$ (graphiquement ou par le calcul, déjà vu en exercice) **réponse a**

Question 7. On cherche un argument de $z = \frac{-7}{2} - 7i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$|z| = \sqrt{\left(-\frac{7}{2}\right)^2 + \left(-\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{49\times 3}{4}} = \sqrt{\frac{49\times 4}{4}} = \sqrt{49} = 7$$

Soit θ un argument de z. $\cos(\theta) = \frac{-\frac{7}{2}}{7} = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{-7\frac{\sqrt{3}}{2}}{7} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $\theta = \frac{4\pi}{3}\ (2\pi)$ **réponse b**

Question 8. Le module du nombre $4-2i$ est $\sqrt{4^2+(-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$ **réponse d** (on a $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ mais ce n'était pas proposé ici).

Question 9. $z = \sqrt{3} - i$

$$|z| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$$

Soit θ un argument de z. $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$ donc $\theta = -\frac{\pi}{6}\ (2\pi)$

La forme trigonométrique de z est donc $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ **réponse c**

Question 10. $z = -3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$

$$|z| = \sqrt{\left(-3\sqrt{2}\right)^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{9\times 2 + 9\times 2} = \sqrt{36} = 6$$

Soit θ un argument de z. $\cos(\theta) = \frac{-3\sqrt{2}}{6} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $\theta = \frac{3\pi}{4}\ (2\pi)$

Les deux seules réponses possibles (avec 6 pour module) sont a et c.
$\frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{11\pi}{4}$ donc un autre argument de z est $\frac{11\pi}{4}$.
Une forme trigonométrique de z est donc $6\left(\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{11\pi}{4}\right)\right)$ **réponse a**

Question 11. $z_1 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$ et $z_2 = 3\left(\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)$ sont écrits sous forme trigonométrique.
$|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2| = 2\times 3 = 6$. **réponse b**

Question 12. $z_1 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$ et $z_2 = 3\left(\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)$ sont écrits sous forme trigonométrique.
$arg(z_1 z_2) = arg(z_1) + arg(z_2) = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{10} = \frac{3\pi}{10}$. **réponse a**

Question 13. $z_1 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$ et $z_2 = 3\left(\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)$ sont écrits sous forme trigonométrique.
$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{2}{3}$. **réponse b**

Question 14. $z_1 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$ et $z_2 = 3\left(\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)$ sont écrits sous forme trigonométrique.
$arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = arg(z_1) - arg(z_2) = \frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{10}$. **réponse b**

Question 15. L'ensemble des points d'affixe z tels que $arg(z) = \frac{\pi}{2}$ est la partie de l'axe des ordonnées située au dessus de l'origine et pas tout l'axe des ordonnées. **réponse a**

Question 16. On a $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 3$
$\left(\overrightarrow{AC}\,;\,\overrightarrow{AB}\right) = arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = arg(3) = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc les points A, B et C sont alignés. **réponse a**

Question 17. A a pour affixe $2i$; B a pour affixe $1+i$ et C a pour affixe $1-i$.
Soit M un point d'affixe z.
$|z-2i| = |z-1+i| \Leftrightarrow |z-2i| = |z-(1-i)| \Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_C| \Leftrightarrow AM = CM$.
L'ensemble cherché est la médiatrice de $[AC]$. **réponse b**