CHAPITRE 11 : PROBABILITÉS

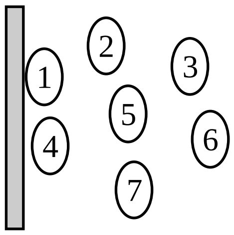
Nous allons approfondir la notion de probabilités que vous avez vue au collège.
Il est très important de bien lire les énoncés attentivement.
En bleu : ce qui pourrait être dit à l'oral.

I. Vocabulaire des probabilités

1. Expérience aléatoire

Définitions 1 :
- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir les résultats à l'avance.
- L'ensemble des issues E d'une expérience aléatoire est appelé **l'univers**.
- Un **événement** A est une partie (ou un sous ensemble) de l'univers E.
- Dire qu'une issue a **réalise** un événement A signifie que $a \in A$.
- $\emptyset$ est **l'événement impossible**. Aucune issue ne le réalise.
- E est **l'événement certain**. Toutes les issues le réalisent.
- Un **événement** est dit **élémentaire** s'il est réalisé par une seule issue.

Exemple : *On tire une boule au hasard dans l'urne ci-contre et on note son numéro.*
Pour décrire l'univers (ensemble des issues possible) on peut faire une phrase :
L'univers E de l'expérience est constitué des nombres entiers de 1 à 7.
ou le décrire à l'aide d'un ensemble : E = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7}.
On considère différents événements. **Un événement se note avec une lettre majuscule et on l'exprime à l'aide d'une phrase.** La notation ci-dessous est celle qui faut adopter : *Une lettre majuscule - deux points – une phrase AVEC UN VERBE qui le décrit entre guillemets.*



A : « Obtenir 3 »
B : « Obtenir un résultat pair »
C : « Obtenir 10 »
D : « Obtenir un résultat supérieur ou égal à 1 ».
A, *B*, *C* et *D* sont des événements.
A est un événement élémentaire. Il ne comporte qu'une issue (le 3) : seule l'issue 3 le réalise.
C est l'événement impossible. Aucune issue ne le réalise. Il n'est pas possible d'obtenir 10.
D est l'événement certain. Le résultat obtenu est forcément un nombre supérieur ou égal à 1.

→ Essayer de faire l'exemple résolu du haut de la page 298 dans le livre puis lire la correction.

2. Loi de probabilité

Lorsqu'on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, les résultats finissent pas se stabiliser autour des valeurs théoriques.
Par exemple, si on lance 6 fois un dé à 6 faces équilibré, on a très peu de chance d'obtenir une fois 1, une fois 2, une fois 3,une fois4, une fois 5 et une fois 6. Par contre, si on lance ce dé un grand nombre de fois, on obtient à peu près autant de 1 que de 2, que de 3 ….

Propriété 1 : On considère une expérience aléatoire dont l'univers est noté $E = \{ e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n \}$. Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois cette expérience aléatoire, la fréquence f_i d'apparition de chaque issue e_i se stabilise autour d'un nombre p_i que l'on appelle probabilité de cette issue.

Remarque : Cette propriété permet d'estimer une probabilité que l'on ne sait pas calculer.

Définitions 2 :

➤ Définir une loi de probabilité pour une expérience aléatoire dont l'univers est $E = \{ e_1 ; e_2 ; \ldots ; e_n \}$, c'est associer à chaque issue e_i un nombre p_i de l'intervalle [0;1] tel que $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$.

➤ Le nombre p_i est appelé probabilité de l'issue e_i.

➤ La probabilité d'un événement A, notée $P(A)$, est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

Exemple : On lance un dé pipé (truqué) et on note le numéro de la face supérieur. La loi de probabilité, obtenue à l 'aide d'une étude statistique, est donnée ci-dessous.
On donne les événements . A : « Obtenir 4 » . B : « Obtenir un nombre impair ».
Calculer la probabilité des événements A et B

Issue	1	2	3	4	5	6	Total
Probabilité	0,1	0,4	0,1	0,2	0,1	0,1	1

La somme des probabilités est toujours égale à 1

Par exemple, la probabilité d'obtenir 1 avec ce dé est 0,1.

Il y a 6 issues.
L'univers E de l'expérience est constitué des nombre de 1 à 6 : $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.
A est réalisé par une seule issue (4) donc $P(A) = 0{,}2$. **La probabilité de A est 0,2.**
B est réalisé par les issues 1, 3 et 5. $P(B) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}3$. **La probabilité de B est 0,3.**

Propriétés 2 : A connaître
Pour tout événement A d'une expérience aléatoire dont l'univers est E, on a :
$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$; $P(E) = 1$ et $P(\varnothing) = 0$

Démonstration :
- Aucune issue ne réalise l'événement impossible donc P(∅) =0.
- Toutes les issues réalisent l'événement certain donc P(E) = 1.

II. Calculs de probabilités

1. Situation d'équiprobabilité

Définition 3 : On dit qu'on est en situation d'équiprobabilité lorsque toutes les issues ont la même probabilité.

Exemples :
*Le lancer d'un dé cubique **équilibré** pour lequel on note le numéro de la face supérieure.*
Le choix au hasard d'une carte dans un jeu de 32 cartes.

Propriétés 3 : Soit une expérience aléatoire dont l'univers comporte n éléments. On suppose qu'on est en situation d'équiprobabilité.

➤ La probabilité de chacune des issues est égale à $\frac{1}{n}$.

➤ Pour tout événement A : $P(A) = \frac{Nombre\ d'issues\ de\ A}{nombre\ total\ d'issues}$ (formule à connaître par cœur)

Exemple *:* On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. On s'intéresse à la couleur et à la valeur de la carte. Calculer la probabilité des événements : A : « La carte tirée est un roi » ; B : « La carte tirée est un trèfle » ; C : « La carte tirée est une figure ».

Chercher l'exemple avant de lire sa correction .

Vous devez connaître la constitution des jeux de cartes et le vocabulaire associé. Si vous ne le maîtrisez pas, apprenez le document « constitution d'un jeu de cartes ».
On commence par décrire l'univers pour trouver le nombre total d'issues :
L'univers de l'expérience est constitué des 52 cartes du jeu.
On justifie qu'on a situation d'équiprobabilité qui nous permet d'appliquer la formule :
La carte étant tirée au hasard, on a une situation d'équiprobabilité : Il y a 52 issues équiprobables.
Pour chaque événement, on détermine les issues qui le réalisent :

A est réalisé par les 4 rois du jeu donc $P(A)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

B est réalisé par les 13 trèfles du jeu donc $P(B)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

C est réalisé par les 4 rois, 4 dames et les 4 valets donc $P(C)=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$

Remarque : La question est calculer la probabilité des événements A, B et C. On peut donc s'arrêter à $P(A)=\ldots$ et ne pas faire de phrase.

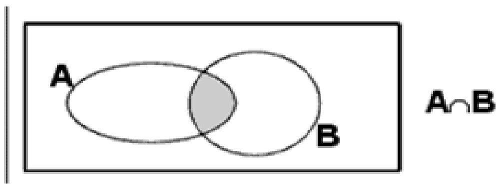
2. Intersection et réunion d'événements

On retrouve les notions que l'on a vues sur les intervalles. C'est la même chose. Même notation et même signification.

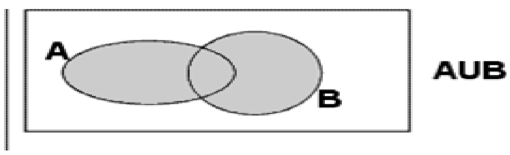
Définitions 4 : A et B sont deux événements.
- L'intersection de A et B est l'événement noté $A\cap B$, formé des issues qui réalisent à la fois l'événement A et l'événement B.
- La réunion de A et B est l'événement noté $A\cup B$, formé des issues qui réalisent l'événement A ou l'événement B (ou les deux à la fois), c'est à dire au moins l'un des deux.

Remarque : $A\cap B=B\cap A$ et $A\cup B=B\cup A$.

Représentation à l'aide d'un diagramme de Venn :
Un diagramme de Venn (également appelé diagramme logique) est un diagramme qui montre toutes les relations logiques possibles entre différents ensembles. Les diagrammes de Venn ont été conçus autour de 1880 par John Venn. Ils sont utilisés pour enseigner la théorie des ensembles élémentaires, ainsi que pour illustrer des relations simples en probabilité.
En pratique, vous ne devez pas être capable de vous en servir tout seul mais ils permettent d'illustrer simplement les notions de réunion et d'intersection.
On représente l'univers de l'expérience par un rectangle puis chaque événement est représenté par une « patate ».



A∩B représente le « ET »
A et B en même temps ou encore partie commune à A et B.



A∪B représente le « OU »
A ou bien B ou bien les deux à la fois la ou encore « que A, que B et (A et B) »

Exemple : On lance un dé à douze faces parfaitement équilibré. Les faces sont numérotées de 1 à 12. On note le n° de la face supérieure.
On considère les événements :
A : « Obtenir un numéro pair »
B : « Obtenir un nombre strictement supérieur à 7 ».
1) Décrire par une phrase $A\cup B$ et $A\cap B$.
2) Calculer $P(A\cap B)$ et $P(A\cup B)$.

Chercher l'exemple avant de lire sa correction .

Soyez attentif à la rédaction (ce qui est en noir est EXACTEMENT ce qui doit être écrit pour répondre à des questions de ce type.
L'univers de l'expérience est constitué des nombres entiers de 1 à 12.
Le dé étant équilibré, on a une situation d'équiprobabilité.
Il y a 12 issues équiprobables.

1) $A \cap B$: « Obtenir un numéro pair et strictement supérieur à 7 »
et $A \cup B$: « Obtenir un numéro pair ou strictement supérieur à 7 »
2) Afin de bien comprendre les événements, je vais utiliser des couleurs pour me représenter les choses. L'univers étant les nombres de 1 à 12, je commence par écrire en vert, les nombres de 1 à 12 :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

A est l'événement « Obtenir un numéro pair », il est donc réalisé par les issues 2;4;6;8;10;12. Je vais souligner les issues qui réalisent *A*. J'obtiens :

1 <u>2</u> 3 <u>4</u> 5 <u>6</u> 7 <u>8</u> 9 <u>10</u> 11 <u>12</u>

B est l'événement « Obtenir un nombre strictement supérieure à 7 », il est donc réalisé par les issues 8; 9; 10; 11; 12. Je vais surligner en gris les issues qui réalisent *B* et j'obtiens :

1 <u>2</u> 3 <u>4</u> 5 <u>6</u> 7 <u>8</u> 9 <u>10</u> 11 <u>12</u>

<u>Pour $A \cap B$:</u>
A∩B est réalisé par les issues qui réalisent A et B donc ici les issues qui sont **à la fois** soulignées et surlignées
$A \cap B$ est réalisé par les issues 8 ; 10 et 12
$A \cap B$ contient 3 issues donc $\boldsymbol{P(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}}$.

<u>Pour $A \cup B$:</u>
Il faut faire très attention lorsqu'on calcule la probabilité d'une réunion de ne pas compter des éléments deux fois.
$A \cup B$ est réalisé par les issues qui réalisent A ou B donc ici les issues qui sont surlignées ou soulignées ou les deux à la fois.
$A \cap B$ est réalisé par les issues 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12.
$A \cup B$ contient 8 issues donc $\boldsymbol{P(A \cap B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}}$.

La propriété suivante est à connaître PAR CŒUR.

<u>Propriété 4 :</u> *A* et *B* sont deux événements. $P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

En pratique, on se sert de cette propriété pour calculer $P(A \cup B)$ à partir des 3 autres.

<u>Exemple</u> : Deux événements *C* et *D* sont tels que $P(C) = 0{,}2$; $P(C \cup D) = 0{,}6$ et $P(D) = 0{,}9$.
Calculer $P(C \cap D)$.
Chercher l'exemple avant de lire sa correction .
On utilise la propriété 4 :
$P(C \cap D) + P(C \cup D) = P(C) + P(D)$
$P(C \cap D) + 0{,}6 = 0{,}2 + 0{,}9$
$P(C \cap D) = 1{,}1 - 0{,}6$
$\boldsymbol{P(C \cap D) = 0{,}5}$
Si vous obtenez un résultat négatif ou supérieur à 1, c'est que vous avez commis une erreur.

3. Événements incompatibles

Définition 5 : Deux événements A et B sont incompatibles si $A \cap B = \emptyset$.

Ce qu'il faut retenir c'est que deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se produire en même temps.

Exemple : On lance un dé cubique équilibré et on note le numéro de la face supérieur. Citez deux événements incompatibles.
Chercher l'exemple avant de lire sa correction .
Il y a beaucoup de possibilité. En voici 2 :
Les événements « Obtenir un numéro pair » et « Obtenir un numéro impair » sont incompatibles.
En effet, un numéro ne peut pas être en même temps pair et impair.
Les événements « Obtenir un numéro strictement inférieur à 2 » et « Obtenir un numéro supérieur à 5 » sont incompatibles.

Conséquence : Si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

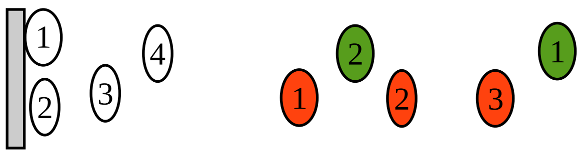
Exemple : Une urne contient 3 boules rouges numérotées 1,2, 3 ; 2 boules vertes numérotées 1 et 2 et 4 boules bleues numérotées 1, 2, 3 et 4. Les boules sont indiscernables au toucher ? On prend au hasard une boule dans l'urne et on note son numéro et sa couleur.

1) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue ?
2) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule portant le n°2 ?
3) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue et portant le numéro 2 ?
4) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue ou portant le numéro 2 ?
5) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue ou une boule rouge ?

Chercher l'exemple avant de lire sa correction .

Soyez attentif à la rédaction (ce qui est en noir est **EXACTEMENT** ce qui doit être écrit pour répondre à des questions de ce type.
L'urne contient 9 boules. Les boules étant indiscernables au toucher, on a une situation d'équiprobabilité.
Il y a 9 issues équiprobables.
Aucun événement n'est défini ici, donc je les défini moi même. Je choisi alors la lettre que je veux, en général on prend une lettre qui permet de savoir rapidement de quoi on parle et on évite la lettre P qui peut se confondre avec le P de probabilité.
On considère les événements B : « La boule est bleue » ; D : « la boule porte le n°2 » et R : « la boule est rouge ».

On peut aussi représenter l'urne :



1) Il y a 4 boules bleues dans l'urne donc B contient 4 issues. Alors $P(B) = \frac{4}{9}$. **La probabilité d'avoir une boule bleue est $\frac{4}{9}$.**

Attention : ici il faut faire une phrase car la question est "déterminer la proba … " et non "déterminer $P(B)$".

2) Il y a 3 boules n°2 dans l'urne donc D contient 3 issues. $P(D) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. **La probabilité d'avoir une boule n°2 est $\frac{1}{3}$.**

3) On cherche la probabilité d'obtenir une boule bleue et portant le numéro 2 (ou les deux). On cherche donc $P(B \cap D)$.

Il y a une boule bleue numérotée 2 dans l'urne donc $B \cap D$ contient 1 issue. $P(B \cap D) = \frac{1}{9}$. **La probabilité d'avoir une boule bleue et n°2 est $\frac{1}{9}$.**

4) On cherche la probabilité d'obtenir une boule bleue ou portant le numéro 2 (ou les deux). On cherche $P(B \cup D)$. On a deux façons de traiter cette question. Je vous présente les deux. Vous devez être capable d'en faire une.

1ère méthode : On utilise la formule de la propriété 4 :

$P(B \cap D) + P(B \cup D) = P(B) + P(D)$

$\frac{1}{9} + P(B \cup D) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9}$

$P(B \cup D) = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

La probabilité d'obtenir une boule bleue ou portant le numéro 2 est $\frac{2}{3}$.

2ème méthode : On compte les issues qui réalisent $B \cup D$:

$B \cup D$ est réalisé par les 4 boules bleues ; la boule verte n°2 et la boule rouge n°2 soit 6 boules.

$B \cup D$ contient 6 issues donc $P(B \cup D) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

La probabilité d'obtenir une boule bleue ou portant le numéro 2 est $\frac{2}{3}$.

5) Il y a 3 boules rouges dans l'urne donc $P(R) = \frac{1}{3}$.

B et R sont incompatibles (une boule ne peut pas être en même temps bleue et rouge !) donc

$P(B \cup R) = P(B) + P(R) - 0 = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{7}{9}$.

La probabilité d'obtenir une boule bleue ou une boule rouge est $\frac{7}{9}$.

On pouvait aussi compter le nombre de boules bleues ou rouges.

4. *Événement contraire*

Définition 6 : L'événement contraire d'un événement A est formé des issues qui ne réalisent pas A. On le note $\bar{A}$.

Exemple : On lance un dé cubique équilibré et on note le numéro de la face supérieur. Citez deux événements contraires.

Chercher l'exemple avant de lire sa correction .

Il y a une infinité de possibilité. En voici 2 :

Les événements « Obtenir un numéro pair » et « Obtenir un numéro impair » sont contraires.

Les événements « Obtenir un numéro strictement inférieur à 2 » et « Obtenir un numéro supérieur à 2 » sont contraires.

Propriété 5 : Pour tout événement A, $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

III. Exemples

1. Exemple 1 : utilisation d'un tableau

Un concessionnaire automobile fait le bilan de ses ventes du mois précédent. Sur les 250 véhicules vendus au total, 40% étaient d'occasion, 48% étaient des véhicules essence et 75 étaient des véhicules diesel. Parmi les véhicules neufs, 26% étaient des véhicules diesel et un tiers des véhicules hybrides. Le comptable sélectionne au hasard la facture d 'un véhicule vendu le mois précédent. On considère les événements :

H : « La facture correspond à un véhicule hybride » ; *D* : « La facture correspond à un véhicule diesel » et *N* : « La facture correspond à un véhicule neuf ».

1) Compléter le tableau suivant :

	Neuf	Occasion	Total
Diesel			
Essence			
Hybride			
Total			

2) Les événements *H* et *D* sont-ils incompatibles ? Même question avec *H* et *N*.

3) Calculer la probabilité des événements *H* et *N*.

4)

a. Décrire par une phrase l'événement $H \cap N$.

b. Calculer $P(H \cap N)$.

5)

a. Décrire par une phrase l'événement $H \cup N$.

b. Calculer $P(H \cup N)$.

6) Calculer la probabilité d'obtenir la facture d'un véhicule non hybride.

Chercher l'exemple avant de lire sa correction.

1) On relit le texte et on exploite les données au fur et à mesure. et ensuite on finit de compléter en faisant des soustractions.

Sur les 250 véhicules vendus au total, 40% étaient d'occasion, 48% étaient des véhicules essence et 75 étaient des véhicules diesel. Parmi les véhicules neufs, 26% étaient des véhicules diesel et un tiers des véhicules hybrides.

	Neuf	Occasion	Total
Diesel	26% de 150 : $150 \times \frac{26}{100} = 39$		75
Essence			48% de 250 : $250 \times \frac{48}{100} = 120$
Hybride	$\frac{1}{3}$de 150 : $150 \times \frac{1}{3} = 50$		
Total	250-100=150	40% de 250 : $250 \times \frac{40}{100} = 100$	250

On finit de compléter en faisant des soustractions et des additions.

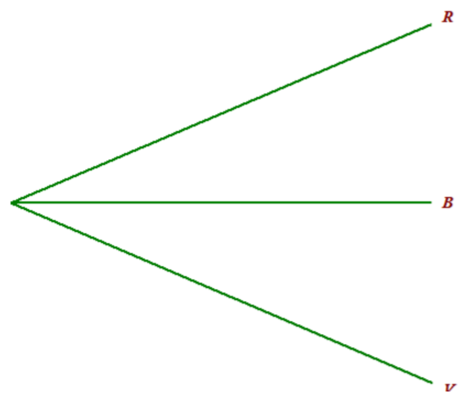
	Neuf	Occasion	Total
Diesel	39	36	75
Essence	61	59	120
Hybride	50	5	55
Total	150	100	250

2) Un véhicule ne peut pas être à la fois diesel et hybride donc H et D sont incompatibles.
50 véhicules sont neufs et hybrides donc H et N ne sont pas incompatibles.
Attention : Des événements compatibles ça n'existe pas !
3) Il y a 250 factures dans la concession. On choisit la facture au hasard donc on a une situation d'équiprobabilité.
55 véhicules sont hybrides donc $\mathrm{P(H)} = \frac{55}{250} = 0{,}22$.
150 véhicules sont neufs donc $\mathrm{P(N)} = \frac{150}{250} = 0{,}6$.
4) a) $H \cap N$: « La facture est celle d'un véhicule neuf et hybride ».
b) 50 véhicules sont neufs et hybrides donc $\mathrm{P(H \cap N)} = \frac{50}{250} = 0{,}2$.
5) a) $H \cup N$: « La facture est celle d'un véhicule neuf ou hybride ».
b) P(H∪N)+P(H∩N)=P(H)+P(N)
P(H∪N)+0,2=0,22+0,6
P(H∪N)=0,82-0,2=0,62
6) $P(\overline{H}) = 1 - P(H) = 1 - 0{,}22 = 0{,}78$.
La probabilité d'obtenir la facture d'un véhicule non hybride est 0,78.

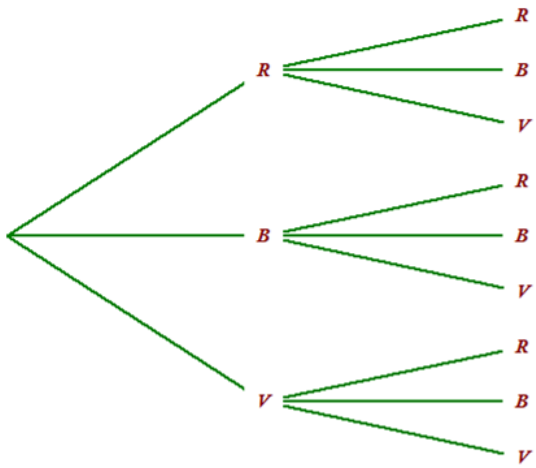
2) Exemple 2 : utilisation d'un arbre

Certaine expérience qui se décompose en plusieurs étapes, peuvent être modélisées à l'aide d'un arbre pondéré.
Chaque niveau de l'arbre représente une étape de l'expérience.
Voici l'explication sur un exemple :
Une urne contient 3 boules rouges, 2 boules vertes et une boule bleue. On tire au hasard une boule de l'urne, on la remet dans l'urne et on prend au hasard une seconde boule.
On considère les événements : R : « La boule est rouge » ; V : « La boule est verte » et B : « La boule bleue ».
1) *Modéliser la situation à l'aide d'un arbre pondéré.*
2) *En utilisant les règles de calcul sur un arbre pondéré, calculer :*
a. *la probabilité d'obtenir deux boules rouges.*
b. *la probabilité d'obtenir une boule rouge et une boule bleue.*

1) Ici l'expérience se décompose en 2 étapes : on tire une première boule puis une seconde boule. Pour dessiner notre arbre, on commence par marquer le point de départ. A partir de celui-ci on dessine autant de trait que d'issues possibles pour le 1er tirage. Ici lorsqu'on tire une boule dans l'urne, on a trois issues possibles : la boule est bleue , verte ou rouge. On a donc 3 traits. On obtient le début d'arbre ci dessous.



On va ensuite représenter la deuxième étape qui constitue à piocher une seconde boule dans l'urne. Le tirage étant avec remise, quelque soit la boule obtenue lors du premier tirage on a nouveau 3 choix possibles. On trace donc 3 traits à partir du premier R, puis 3 traits à partir du premier B et 3 traits à partir du premier V. On obtient cet arbre :



Un peu de vocabulaire avant de poursuivre, chaque trait s'appelle **une branche** et chaque point s'appelle un **nœud.** On a ici 4 nœuds et 12 branches. Un enchaînement de branche s'appelle un **chemin**. On a ici 9 chemins.

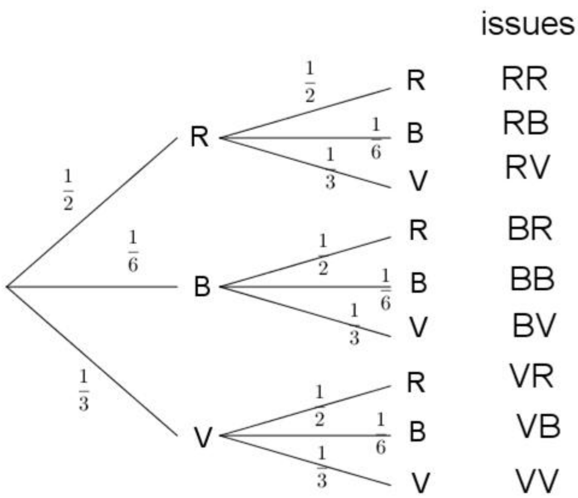
Il nous reste à **pondérer** notre arbre.
Pondérer signifie écrire une probabilité sur la branche.

Pour le premier tirage, on a 6 boules dans l'urne donc 6 issues équiprobables. Il y a 3 boules rouges donc la probabilité d'obtenir une boule rouge est $P(R)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, de même $P(B)=\frac{1}{6}$ et $P(V)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

On écrit donc ces probabilités sur les trois premières branches (à gauche) de l'arbre.

Comme on remet la boule dans l'urne, au deuxième tirage, quelle que soit la boule tirée au premier tirage on a encore une probabilité de $\frac{1}{2}$ d'obtenir une boule rouge, $\frac{1}{6}$ pour une bleue et $\frac{1}{3}$ pour une verte.

On écrit au bout des branches les différentes issues obtenues.

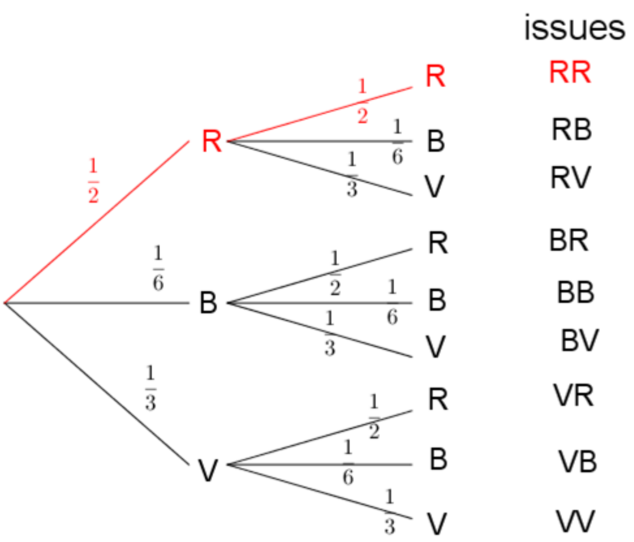


Grâce à l'arbre, on a pu obtenir les 9 issues possibles. Attention ! Elles ne sont pas équiprobables. « On a plus de chance d'avoir RR que BB puisqu'il y a plus de boules rouges que de boule bleue dans l'urne ».
Pour faire des calculs de probabilité, il faut utiliser les règles ci-dessous :

<u>Règles de calcul sur un arbre pondéré :</u>
1) La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
2) La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées sur ses branches.
3) La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y aboutissent.

2)

a. Soit A l'événement « obtenir deux boules rouges ». A est réalisé par l'issue RR.

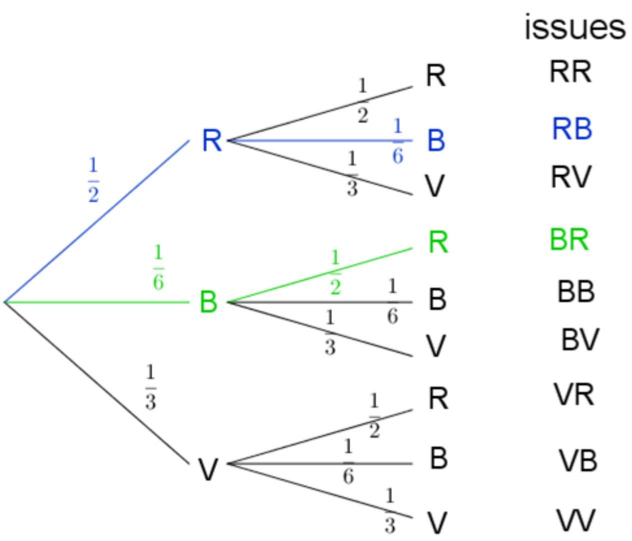


Un chemin mène à RR. On applique la deuxième règle : *La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées sur ses branches.*

$P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. **La probabilité d'obtenir deux boules rouges est $\mathbf{\frac{1}{4}}$.**

Pour voir si vous avez compris, vous pouvez calculer la probabilité d'obtenir deux boules vertes. Vous devez trouver $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$.

b. Soit *C* l'événement « obtenir une boule rouge et une boule bleue ». *C* est réalisé par les issues RB et BR : deux chemins sur l'arbre.



On a donc deux chemins. On applique la troisième règle : *La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y aboutissent* et la deuxième règle : *La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées sur ses branches.*

$P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

La probabilité d'obtenir une boule rouge et une boule bleue est $\frac{1}{6}$.

3) Exemple 3 :

La classe de seconde 3 comporte 28 élèves. 12 d'entre eux pratiquent la natation, 7 le volley-ball et 13 ne pratiquent ni la natation ni le volley-ball. On désigne au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité d'obtenir :

1) l'un au moins des 2 sports.
2) les 2 sports.

Chercher l'exemple avant de lire sa correction .

Cet exemple est plus dur qu'il n'y paraît et c'est « normal » si vous vous êtes trompé.

Il y a 28 élèves dans la classe. L'élève étant choisi au hasard, on a une situation d'équiprobabilité.

Il faut bien comprendre que dans les 12 élèves qui pratiquent la natation, il y a ceux qui ne font que de la natation et ceux qui font les 2 sports. De même pour les 7 qui font du volley.

On considère les événements N : « l'élève pratique la natation » ; V : « l'élève pratique le volley » ;
A : « L'élève pratique l'un au moins des 2 sports »
On a 28 issues équiprobables.

1) Il faut retenir que le contraire de « Faire l'un au moins des sports « est « Ne faire aucun sport ».

13 élèves ne pratiquent aucun sport donc $P(\bar{A})=\frac{13}{28}$. Alors $P(A)=1-P(\bar{A})=1-\frac{13}{28}=\frac{15}{28}$.

La probabilité que l'élève pratique l'un au moins des 2 sports est $\frac{15}{28}$.

2) Afin de bien dénombrer (compter les issues), on peut faire un tableau qui va nous aider à compter correctement.

Je commence mon tableau. Recopiez-le sur votre brouillon et remplissez-le.

	V	$\bar{V}$	Total
N			
$\bar{N}$			
Total			

Il faut commencer par placer les données de l'énoncé sans se tromper :

La classe comporte 28 élèves. 12 d'entre eux pratiquent la natation, 7 le volley ball et 13 ne pratiquent ni la natation ni le volley ball. On désigne au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité d'obtenir :

	V	$\bar{V}$	Total
N			12
$\bar{N}$		13	
Total	7		28

On finit de remplir le tableau en effectuant des soustractions.

	V	$\overline{V}$	Total
N	4	8	12
$\overline{N}$	3	13	16
Total	7	21	28

On vérifie toujours que la somme des lignes et la somme des colonnes donne bien le total.
(4+8=12;3+13=16;7+21=28;4+3=7;8+13=21;12+16=28)

On a fait la partie la plus difficile, il nous reste à répondre aux questions :
Pratiquer les deux sports correspond à $N \cap V$.

4 élèves pratiquent les deux sports donc $P(N \cap V) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$.

La probabilité que l'élève pratique les 2 sports est $\frac{1}{7}$.