SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES.
EXERCICES

Exercice 1 : Dire si les suites suivantes définies sur $\mathbb{N}$, sont des suites arithmétiques.

1. (u_n) définie par $u_n = \frac{2}{3}u_n - 1$.
2. (v_n) définie par $v_n = n^2 + 1$.
3. $w_0 = 9$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $w_{n+1} = -7 + w_n$
4. $z_0 = 4$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $z_{n+1} = \frac{1}{2} z_n + 1$.

Exercice 2 : La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = -0,4$ et telle que $u_{27} = -8,7$.

1. Calculer u_{42}.
2. Calculer le terme initial u_0.
3. Donner le sens de variation de la suite (u_n).
4. Exprimer u_n en fonction de n
5. Calculer $S = u_5 + u_6 + \ldots + u_{27}$.

Exercice 3 : La suite (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_{1000} = 2026$ et $u_{2000} = 2036$.

1. Calculer la raison de cette suite.
2. Calculer le terme initial u_0.
3. Exprimer u_n en fonction de n ;
4. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 4 : La suite (u_n) est telle que $u_0 = 10$ et pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 6$.

1. Pour tout nombre entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
2. Calculer u_{2019}.
3. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $u_n > 960$.

Exercice 5 : $S = 7 + 10 + 13 + \ldots$ est la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique. Quel est le dernier terme de cette somme sachant que $S = 920$?

Exercice 6 :

1. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de terme initial $u_0 = 16$. Exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_8.

   a. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ et de terme initial $u_1 = 243$. Exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_8.

Exercice 7 : Dire si les suites suivantes définies sur $\mathbb{N}$, sont des suites géométriques.

1. $u_n = \dfrac{3^{n+1}}{2^n}$ **2.** $v_n = 5^{2n}$ **3.** $z_n = 2 + 3^n$

Exercice 8 : La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,5 et telle que $u_5 = -\dfrac{81}{32}$.

1. Calculer u_{20}.
2. Calculer le terme initial u_1.
3. Exprimer u_n en fonction de n ;
4. Étudier les variations de la suite (u_n).

Exercice 9 : Calculer la raison de la suite géométrique (u_n) telle que $u_7 = 0,512$ et $u_{10} = 4,096$.

Exercice 10 : Calculer les sommes suivantes :

1. $S = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \ldots + \dfrac{1}{256}$ **2.** $S = 3 + 9 + 27 + \ldots + 59049$ **3.** $S = -2 + 4 - 8 + \ldots - 8192$

Exercice 11 :
Le contrat de location d'un bien immobilier fixe le loyer mensuel à 500€ la première année, réévalué de 2% chaque année à la date anniversaire du contrat.
On note l_n le montant, en euros, du loyer mensuel la n-ième année après la signature du contrat (n nombre entier naturel). Ainsi $l_0 = 500$.

1. Calculer l_1 et l_2.
2. Exprimer l_{n+1} en fonction de l_n.
3. En déduire la nature de la suite (l_n).
4. Calculer le montant total des loyers durant neuf années de location. Arrondir au centime.

5. Avec la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le loyer dépassera 1 000€.

<u>Exercice 12</u> : Le nombre d'arbres d'une forêt, en milliers d'unités, est modélisé par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année $(2018+n)$. En 2018, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

1. Donner u_0 et exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2.
   a. Compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il détermine en quelle année le nombre d'arbres dépassera 52 000.

```
N←0
U←……
Tant que U …….. 52
    n← ………..
   U←………..
Fin Tant que
n←n+2018
Afficher n
```

   b. A quoi sert la ligne $n \leftarrow n+2018$?
3. On donne l'algorithme ci-dessous :

```
U←50
Pour i allant de 1 à n
   U←0,95U+3
Fin Pour
Afficher U
```

   a. On fait tourner l'algorithme avec $n=3$. Quel affichage obtient-t-on ?
   b. Interpréter le nombre obtenu.

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 60$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95. Préciser le premier terme de la suite (v_n).
   b. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n puis démontrer que pour tout entier naturel n : $u_n = 60 - 10\times 0{,}95^n$.
5. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2023. On donnera une valeur approchée arrondie à l'unité.
6. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 10 % le nombre d'arbres de la forêt en 2018.

<u>Exercice 13</u> : Dans chacune des situations suivantes, déterminer la nature de la suite puis exprimer u_n en fonction de n.

1. Un arbre mesure 2m. Chaque année, il grandit de30cm. On note u_n sa taille en mètres après n années.
2. En 2020, une ville a une population de 12000 habitants. Chaque année sa population diminue de 5%. On note u_n la population en $2020+n$.
3. Nous avons tous 2 parents, 4 grands parents, 8 arrières grands-parents, etc... En supposant que nous appartenons à la génération 1, que nos parents appartiennent à la génération 2, nos grands parents à la génération 3, on note u_n le nombre de nos ancêtres à la génération n.
4. On place un capital de 5000€ à intérêts fixes au taux de 5%. u_n est le montant du capital après n années.
5. On place un capital de 5000€ à intérêts composés au taux de 5%. u_n est le montant du capital après n années.