DEVOIR A LA MAISON N°4. TES2.

Pour le lundi 17 décembre 2018.

<u>I.</u> Construire les tableaux de variation des fonctions suivantes :

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{3}e^{6x+3}-2x+8$

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(x+2)e^{x}+3$

3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=e^{-5x+2}-4x$

<u>II.</u> Dans une entreprise, 60% des salariés viennent au travail en transports en commun et parmi eux, seulement 7,5% ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes. Parmi les employés qui n'utilisent pas les transports en commun, 28,5% ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes.
On interroge au hasard un employé de l'entreprise et on considère les évènements suivants :
• C: « l'employé utilise les transports en commun »;
• R : « le trajet de l'employé a une durée inférieure à 30 minutes »
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

1. Donner $P_C(\overline{R})$.

2. Construire l'arbre pondéré représentant la situation et le compléter.

3. Montrer que $P(R)=0{,}159$.

4. On interroge un employé choisi au hasard . Calculer la probabilité qu'il utilise les transports en commun pour un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes.

5. On interroge un employé choisi au hasard dont la durée du trajet est inférieure à 30 minutes. Calculer la probabilité qu'il utilise les transports en commun.

6. Dans cette question, on interroge au hasard 15 employés de l'entreprise et on note X le nombre de ceux qui viennent au travail en transport en commun. On estime que les employés sont indépendants les uns des autres et que l'on peut assimiler le choix d'employés à un tirage avec remise.

a. Quelle loi suit X ? Justifier.

b. Déterminer $P(X=10)$. Interpréter.

c. Déterminer la probabilité que parmi les 15 employés, au moins 9 viennent en transport en commun.

d. Calculer $E(X)$. Interpréter.

I.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{3}e^{6x+3}-2x+8$

Pour tout réel x, $f'(x)=\frac{1}{3}\times 6e^{6x+3}-2=2e^{6x+3}-2=2\left(e^{6x+3}-1\right)$

$e^{6x+3}-1>0 \Leftrightarrow e^{6x+3}>1 \Leftrightarrow 6x+3>0 \Leftrightarrow 6x>-3 \Leftrightarrow x>\frac{-1}{2}$

On peut alors construire le tableau :

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
2	$+$		$+$
$e^{6x+3}-1$	$-$		$+$
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	$\searrow$	**28/3**	$\nearrow$

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(x+2)e^{x}+3$
Pour tout réel x, $g'(x)=1e^{x}+(x+2)e^{x}=e^{x}(x+3)$
On peut alors construire le tableau :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
e^{x}	$+$		$+$
$x+3$	$-$		$+$
$g'(x)$	$-$		$+$
$g(x)$	$\searrow$	$5e^{-3}+3$	$\nearrow$

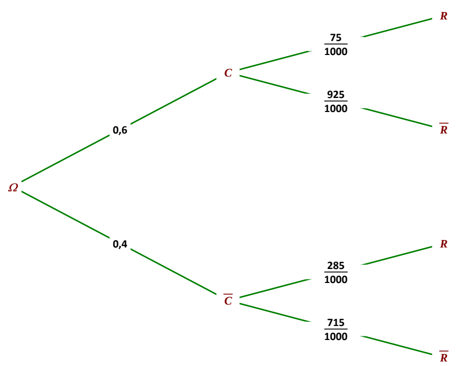
3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=e^{-5x+2}-4x$
Pour tout réel x, $h'(x)=-5e^{-5x+2}-4$.
Pour tout réel x, $-5e^{-5x+2}<0$ et $-4<0$ donc $h'(x)<0$.
On a donc le tableau :

x	$-\infty$	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	
$h(x)$	$\searrow$	

II.

1. D'après l'énoncé, $\boldsymbol{P_C(\overline{R})=1-\frac{58{,}5}{100}=\frac{715}{1000}=0{,}143}$

2. On peut construire l'arbre suivant :



3. $P(R) = P(R \cap C) + P\left(R \cap \overline{C}\right) = P(C) \times P_C(R) + P\left(\overline{C}\right) \times P_{\overline{C}}(R)$

$$= 0{,}6 \times \frac{75}{1000} + 0{,}4 \times \frac{285}{1000} = \mathbf{0{,}159}$$

4. $P(C \cap R) = P(C) \times P_C(R) = 0{,}6 \times \frac{75}{1000} = 0{,}045$. **La probabilité qu'il utilise les transports en commun pour un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes est 0,045.**

5. $P_R(C) = \dfrac{P(R \cap C)}{P(R)} = \dfrac{0{,}045}{0{,}159} = \dfrac{15}{53} \approx 0{,}283.$

On interroge un employé choisi au hasard dont la durée du trajet est inférieure à 30 minutes. **La probabilité qu'il utilise les transports en commun est environ 0,283.**

6.

a. On répète 15 fois de façon indépendante l'épreuve de Bernoulli consistant à choisir un employé et à noter s'il vient au travail en transport en commun. La probabilité qu'il vienne au travail en transport est 0,6. X représente le nombre d'employés parmi les 15 venant en transport en commun. Alors **X suit la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0{,}6$.**

b. D'après la calculatrice, $P(X = 10) \approx 0{,}186$. **La probabilité qu'exactement 10 employés parmi les 15 viennent en transport en commun est environ 0,186.**

c. $P(X \geqslant 9) = 1 - P(X \leqslant 8) \approx 1 - 0{,}390 \approx 0{,}610$. **La probabilité que parmi les 15 employés, au moins 9 viennent en transport en commun est environ 0,610.**

d. **$E(X) = 15 \times 0{,}69$. Si on interroge un grand nombre de groupes de 15 employés, on peut espérer qu'en moyenne 9 employés par groupe viennent en transport en commun.**