

COURBE DE LORENTZ ET COEFFICIENT DE GINI.

I. Construction et lecture d'une courbe de Lorenz.

Dans une entreprise, on a relevé la répartition des salaires mensuels entre les différents employés. Les résultats de l'enquête sont donnés dans le tableau suivant :

Salaire mensuel en €	1124	1561	1969	2149	2257	2365	2473	2977	3559	4060
Nombre d'employés	101	83	54	49	33	29	38	16	10	5

Pour étudier cette échelle des salaires et pour en mesurer d'éventuelles inégalités, on désire pouvoir répondre à des questions telles que : "quelle part de la masse salariale revient aux 20% des salariés les plus pauvres ? Aux 50% les plus pauvres ?"

1. Compléter le tableau ci-dessous :

Salaires	nombre d'employés N_i	fréquences en %	fréquences cumulées x_i	masse salariale	fréquences des masses salariales en %	fréquences cumulées des masses salariales y_i
1124	101					
1561	83					
1969	54					
2149	49					
2257	33					
2365	29					
2473	38					
2977	16					
3559	10					
4060	5					
Total :						

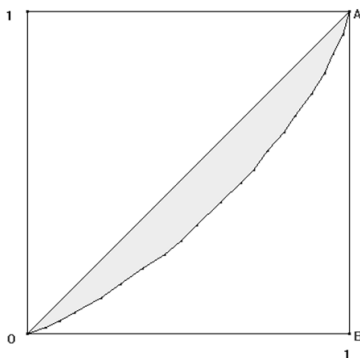
2. Représenter graphiquement dans le repère au dos de la feuille les points de coordonnées $(x ; y)$ du tableau précédent, x représentant le pourcentage des employés les plus pauvres (pourcentage ramené à 1) et y le pourcentage de la masse salariale qui leur est attribué (pourcentage ramené à 1). Tracer enfin une courbe harmonieuse passant par ces points.

Cette courbe représentative s'appelle une **courbe de Lorenz**. Elle illustre ici la répartition de la masse salariale dans l'entreprise.

En utilisant cette courbe indiquez quel pourcentage de la masse salariale revient aux 20% des salariés les plus pauvres, aux 50% des salariés les plus pauvres, aux 25% des employés les plus riches.

II. Coefficient de Gini.

1. Si tous les employés ont le même salaire, quelle sera la courbe de Lorenz associée ?



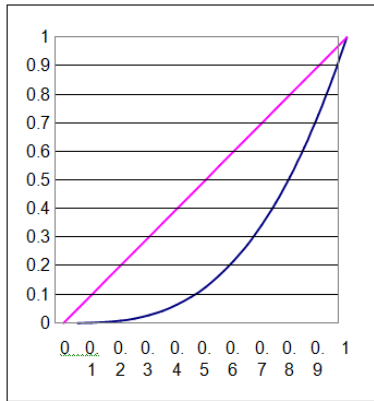
Plus la courbe de Lorenz est éloignée de la première bissectrice, plus la concentration de la grandeur étudiée est forte et la répartition inégalitaire. Cette concentration est mesurée par un indice appelé le coefficient de Gini défini par le nombre $\gamma =$

$$\frac{\text{aire de la partie grisée}}{\text{aire du triangle } OAB} \gamma \text{ est compris entre } 0 \text{ et } 1.$$

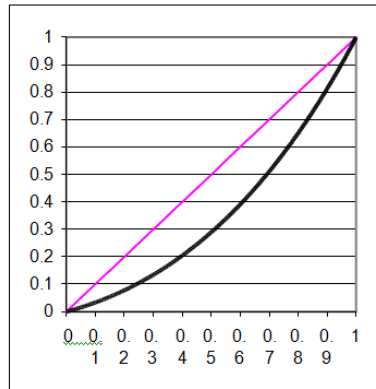
2. Calculer l'aire du triangle OAB .

3. Que signifie le fait que $\gamma = 0$? Que $\gamma = 1$?

4. Voici les courbes de Lorenz associées à la répartition des salaires dans deux autres entreprises :



Entreprise 1



Entreprise 2

Dans laquelle des deux entreprises la répartition des salaires est-elle la moins inégalitaire ?

5. On étudie la répartition des revenus disponibles par ménage, en France, en 2008 sur l'ensemble de la population. La courbe de Lorenz associée est la courbe de la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par $f(x) = 1,75x^4 - 2,8x^3 + 2,1x^2 - 0,05x$.

- a. Calculer $f(0,3)$ et interpréter.
- b. Calculer l'indice de Gini des revenus disponibles des ménages en France en 2008.

